ITESO, Universidad Jesuita de Guadalajara

Manual de Ejercicios: Matemáticas para Ingenierías

Guía de preparación para la evaluación diagnóstica que se aplica a estudiantes de primer ingreso de Ingenierías

Departamento de Matemáticas y Física

www.iteso.mx

Tabla de contenido

1. Introducción

Apreciable estudiante:

Te damos la más cordial bienvenida a esta casa de estudios deseando que tengas una grata y satisfactoria experiencia educativa.

Para las personas que laboramos en el Departamento de Matemáticas y Física del ITESO es muy importante acompañarte en tu proceso académico de principio a fin. La responsabilidad que ejerces en tu aprendizaje es un factor que puede ayudarte a lograr mejores resultados en tus materias. Por ello, diseñamos este manual práctico de ejercicios matemáticos en espera de que te sirvan de guía para realizar tu evaluación diagnóstica.

La evaluación diagnóstica es un examen presencial de opción múltiple (sin penalización por respuestas incorrectas) que nos permite identificar *grosso modo* qué tan familiarizado estás con ciertos temas de matemáticas para ingenierías que son necesarios para lograr un aprovechamiento óptimo en tus cursos de Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Ecuaciones Diferenciales, etc.

Es opcional presentar la evaluación diagnóstica. Ten en cuenta que no se permite el uso de formulario ni calculadora durante el examen. Si tu calificación es igual o mayor a 70% quedarás exento de cursar el Taller de Matemáticas para Ingenierías, el cual está diseñado para que mejores las habilidades matemáticas indispensables para el estudio de una ingeniería.

En este manual encontrarás explicaciones concretas de temas selectos, ejercicios resueltos, problemas aplicados y algunos de práctica que podrás verificar contrastando tus resultados con los que se encuentran al final de este.

Próximamente se te hará llegar información detallada acerca de la presentación de tu examen y del Taller de Matemáticas Preuniversitarias vía correo institucional del ITESO.

Para dudas puedes escribir a TallerMatematicas@iteso.mx

¡Mucho éxito!

2. Lenguaje matemático

En las matemáticas, es sustancial poder entender y expresar los conceptos matemáticos con el lenguaje verbal correcto. Por ello, es de gran utilidad conocer la notación de los símbolos, operadores y demás términos, así como sus significados. En esta sección te presentamos algunos de los conceptos básicos que es importante que conozcas.

2.1 Algunos conceptos

El conjunto de los números reales se clasifica por los subconjuntos que lo conforman, a saber, los números naturales, enteros, racionales e irracionales. Puedes visualizarlos en el siguiente esquemático:

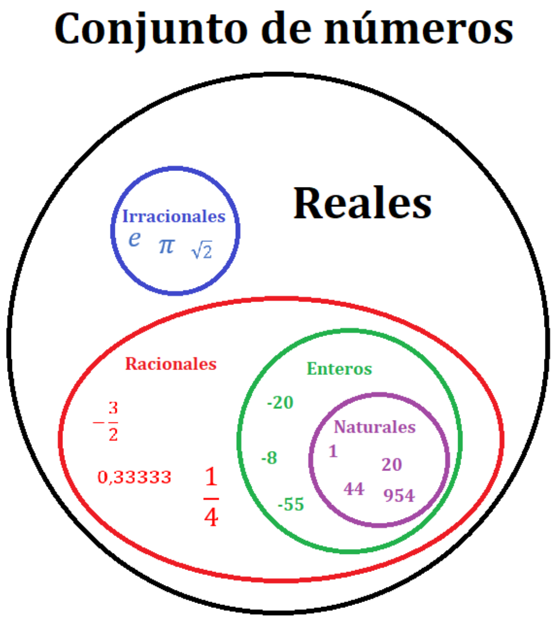


Figura tomada de: https://ecuacionde.com/numeros-reales/

Repasa cada uno de los subconjuntos de los reales representados en el esquemático: su definición, significado y qué números forman parte de ellos. Además, te compartimos una lista de conceptos que es importante que recuerdes cuando estés expresando ideas matemáticas en palabras. Conviene que definas, identifiques y comprendas el significado de cada uno de estos conceptos:

-Propiedades de: cerradura, conmutatividad, asociatividad y distributividad -Simbología de “mayor que”, “menor que”, “mayor o igual a”, “menor o igual a”, “desigual a” -Múltiplos	-Divisores -Factores -Recíproco -Números complejos -Complejo conjugado -Números primos -Ecuación	-Ecuación lineal (o de grado 1) -Ecuación cuadrática (o de grado 2) -Ecuación cúbica (o de grado 3) -Ecuación polinómica de grado “n” -Polinomio de grado “n” -Función -Función inversa

2.2 ¡Quiero saber más!

Clasificación de los números reales y sus propiedades: https://ecuacionde.com/numeros-reales/

Recíproco: Definición: Recíproco

Ecuaciones polinómicas: https://www.lifeder.com/ecuaciones-polinomicas/

Números reales: https://www.liveworksheets.com/w/es/matematicas/326353

Múltiplos y divisores: https://es.khanacademy.org/math/6-grado-innova-schools/x4950ce693411a6d9:nocion-y-uso-de-los-numeros

Operaciones con cero e infinito: http://unaayudamatematicasucre.blogspot.com/2016/08/operaciones-con-cero-e-infinito.html

2.3 Un ejemplo con solución

Este es el nombre que se le da a: $5x(x-1)=2$

Respuesta: Ecuación cuadrática (o ecuación de grado 2)

Explicación: Si simplificamos, obtenemos

$$5x^2-5x=2$$

$$5x^2-5x-2=0$$

Lo cual guarda la forma general de una **ecuación polinómica de segundo grado**, o bien ecuación cuadrática, o bien ecuación de grado 2, de la forma

$$ax^2+bx+c=0$$

donde $a=5;\ b=-5;\ c=-2$

Lenguaje Matemático

2.4 Ejercicios de práctica

2.4.1

Con base en lo informado en la sección clasifica los siguientes números según el subconjunto de los reales más específico al que pertenezca:

a. $0.\overline{7}$ _______
b. 0.7 _______
c. 395 _______
d. 0 _______
e. -1.4 _______
f. ½ _______
g. $6/0$ _______
h. π _______
i. -15 _______
j. $\sqrt{5}$ _______

2.4.2

Considera el número 48 para relacionar los siguientes incisos con el número correcto que se muestra hasta el final:

a. 48 se puede descomponer en 6 y 8, los cuales se llaman sus _________.
b. 96 es un _________ de 48.
c. 2 y 3 son los factores ____________ de 48.
d. 12 es un __________ de 48.

1. Múltiplo 2. Divisor
3. Factores 4. Primos

2.4.3

El discriminante $D = b^2 - 4ac$ se obtiene de una parte de la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas escritas en la forma: $ax^2 + bx + c = 0$. Considera que a, b, c son números reales y que $a \neq 0$ para responder lo siguiente:

a. Si $D = 4$, entonces obtendremos dos soluciones _______________ de la ecuación cuadrática
b. Si $D = -4$, entonces obtendremos dos soluciones _______________ de la ecuación cuadrática
c. Si $D = 0$, entonces obtendremos una solución _______________ de la ecuación cuadrática
d. Si $D = 5$, entonces obtendremos dos soluciones _______________ de la ecuación cuadrática

2.4.4

Clasifica las siguientes ecuaciones o expresiones matemáticas:

a. $5x - 3 = 3$ es un(a) ____________ de primer grado.
b. $2x(2x + 1) - 9$ es una expresión de ____________ grado.
c. $(2x - 3)(2x + 3) = 0$ es una ecuación ____________.
d. $3x^3 + 2x - 9$ es un(a) ____________ de tercer grado.

2.4.5

De las propiedades de los números reales (Cerradura, Conmutativa, Asociativa o Distributiva) ¿Cuál se aplicó en cada inciso? Considera que x es un número real.

a. $10x - 15 = 5(2x - 3)$ ____________
b. Como 10 y $\sqrt{2}$ son números reales, luego $10 + \sqrt{2}$ y $10\sqrt{2}$ también lo son. ____________
c. $5 + x = x + 5$ ____________
d. $3(2x) = (3 \cdot 2)x$ ____________

2.4.6

Considera que $a > 0,\ b > 0,\ c < 0$ para determinar si el resultado de cada expresión resultará negativo (N), positivo (P), o no se puede determinar el signo (S).

a. $(a + b)c$ ____ c. $-abc$ ____
b. $a(b + c)$ ____ d. $-a + {}^{b}/_{c}$ ____

2.4.7

Determina el símbolo ($<, >, =, \leq$ ó $\geq$) que se debe colocar en cada espacio para que las expresiones sean verdaderas.

a. 4 ___ -4 c. $\sqrt{2}$ ___ 1
b. $5/2$ ___ e d. $\sqrt{2}/2$ ___ $1/\sqrt{2}$

2.4.8

Considera que m y n son números reales diferentes de cero, y que x es una variable real. Escribe cómo representar lo siguiente matemáticamente:

a. Función f, como una función de x

b. El recíproco de m

c. Función inversa de $f(x)$

d. El complejo conjugado de $m + ni$, donde $i = \sqrt{-1}$

2.4.9

Determina los resultados sin el uso de calculadora.
Extra: Investiga por qué resultan así.

a. $3/0 =$

b. $0/3 =$

c. $0/0 =$

d. $3^0 =$

e. $0^3 =$

f. $0^0 =$

2.4.10

Escribe en una representación matemática de las siguientes expresiones:

a. x es un elemento de los números reales.

b. a es un número mayor a cero

c. y es un número mayor o igual a 3 y menor que nueve

d. t es número diferente a 5

2.4.11

Observa la siguiente operación y califícala como falsa o verdadera. Si es falsa proporciona un contraejemplo.

$$|1 - x| = 1 - |x|$$

Esta operación es:

2.4.12

La propiedad $-2 \leq x < 5$, se puede escribir como un intervalo, de la forma:

a. $x \in [-2, 5]$.

b. $x \in (-2, 5]$

c. $x \in [-2, 5)$

d. $x \in (-2, 5)$

2.4.13

Sea x el recíproco del número 7. Este número cumple (selecciona dos respuestas)

a. $x * 7 = -1$.

b. $\frac{x}{7} = \frac{1}{49}$

c. $7 * x = 1$

d. $x \leq 0$

2.4.14

Completa el espacio vacío:

a. Si $2x + 1 = x - 9$, entonces $x =$ ____. Por que $2(\_\_\_) + 1 =$ ____ $- 9$

b. $x = 1$ es una raíz de la ecuación $x^2 - 4x + 3 = 0$. Por que

$$(\_\_\_)^2 - 4(\_\_\_) + 3 = 0$$

c. $\log_7 49 = 2$, por que 7 elevado a la ____ es 49

d. $\log_{10} 1000 = 3$, por que $\_\_\_^3 = 1000$

2.4.15

Completa el enunciado:

a. En el conjunto de números naturales, el número natural inmediato que está antes del cuatro es el número:

b. En el conjunto de los números enteros, el número entero inmediato mayor a -8 es:

c. En el conjunto de los números racionales, un número racional equivalente a 6/5 es:

2.4.16

Califica las siguientes proposiciones como falsas o verdaderas. Si es falsa, proporciona un contraejemplo:

a. En el conjunto de números naturales, siempre se cumple la propiedad de cerradura para la resta.

Esta proposición es:

b. En el conjunto de los números enteros, siempre se cumple la propiedad de cerradura para la división.

Esta proposición es:

c. En el conjunto de los números reales, siempre se cumple la propiedad de cerradura para la operación raíz cuadrada.

Esta proposición es:

3. Aritmética

Desde del conjunto de los números reales es posible contar, realizar cálculos y medir para llegar a soluciones numéricas mediante las operaciones de suma, resta, multiplicación y división. En esta sección podrás repasar estas operaciones básicas de la aritmética, revisar ejemplos resueltos y realizar ejercicios de práctica.

Aquí hay una lista de conceptos que vale la pena que definas, identifiques y comprendas:

-Términos -Expresión aritmética -Factor -Divisor -Recta numérica	-Operador -Operando -Numerador -Denominador -Potencia	-Raíz -Leyes de los signos -Leyes de exponentes -Jerarquía de operaciones

3.1 Operaciones básicas

Las cuatro operaciones básicas de la aritmética son: suma, resta, multiplicación y división.

Observa los siguientes ejemplos de suma y resta de números Enteros:

a) $9+6=\mathbf{15}$
b) $2-6=\mathbf{-4}$
c) $4+(-1)=4-1=\mathbf{3}$
d) $-7-(+3)=-7-3=\mathbf{-10}$
e) $18-(-4)=18+4=\mathbf{22}$

También se pueden realizar operaciones de suma y resta con fracciones, y reducirlas en otras equivalentes, como se muestra aquí:

a) $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{4\cdot 2}{4\cdot 5}+\frac{5\cdot 3}{5\cdot 4}+\frac{10\cdot 1}{10\cdot 2}=\frac{8+15+10}{20}=\frac{33}{20}=1\,\mathbf{\frac{13}{20}}$
b) $\frac{7}{8}-\frac{5}{6}=\frac{42-40}{48}=\frac{2}{48}=\frac{2\cdot 1}{2\cdot 24}=\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{24}=1\cdot\frac{1}{24}=\mathbf{\frac{1}{24}}$
c) $\frac{4}{-32}=\frac{+4}{-32}=-\frac{4}{32}=-\frac{4\cdot 1}{4\cdot 8}=-\frac{4}{4}\cdot\frac{1}{8}=-1\cdot\frac{1}{8}=-\frac{1}{8}=\mathbf{-0.125}$

A continuación, puedes ver un ejemplo de multiplicación y uno de división de fracciones:

a) $\frac{3}{10}\cdot\frac{5}{7}=\frac{3\cdot 5}{10\cdot 7}=\frac{3\cdot 5}{2\cdot 5\cdot 7}=\frac{5}{5}\cdot\frac{3}{2\cdot 7}=1\cdot\frac{3}{14}=\mathbf{\frac{3}{14}}$

b) $\frac{\frac{4}{9}}{\frac{2}{3}}=\frac{4\cdot 3}{9\cdot 2}=\frac{2\cdot 2\cdot 3}{3\cdot 3\cdot 2}=\frac{2}{2}\cdot\frac{3}{3}\cdot\frac{2}{3}=1\cdot 1\cdot\frac{2}{3}=\mathbf{\frac{2}{3}}$

3.2 Potencias y raíces

Las operaciones de potencia y raíz se desprenden a partir de las cuatro operaciones previas. Para trabajar con ellas es indispensable conocer y manejar las **leyes de los exponentes**. He aquí un ejemplo de la simplificación de una expresión que contiene potencias y raíces:

$$\sqrt[4]{625}+\frac{7^3}{\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}}=\sqrt[4]{5^4}+\frac{343}{\left(\frac{4}{1}\right)^{2}}=\sqrt[4]{5^4}+\frac{343}{(4)^2}=5+\frac{343}{16}=\frac{80}{16}+\frac{343}{16}=\frac{423}{16}=\mathbf{26\,\frac{7}{16}}$$

3.3 Jerarquía de operaciones

Con la jerarquía de operaciones se establece el orden en el que se deben realizar las operaciones aritméticas.

Orden de Jerarquía	Operación o agrupación	Símbolos/Ejemplos
Primero	Símbolos de agrupación como paréntesis, corchetes o llaves	(), [], {}

Segundo	Potencias y raíces	$2^3, 4^{1/2}, 3^{-2}, \quad \sqrt{2}, \sqrt[3]{4}$
Tercero	Multiplicaciones y divisiones	$4 \cdot 3,\ 2(3), -1(3),\ \frac{4}{5},\ 2 \div 3,\ 5/3$
Cuarto	Sumas y restas	3+5, 3-8

Observa el siguiente ejemplo en donde se aplica la jerarquía de operaciones:

$$4\left\{-3+\left[\frac{1}{2}\cdot 30\right]\div 5-(7-3^2)\right\}=$$

$$4\{-3+[15]\div 5-(7-9)\}=$$

$$4\{-3+3-(-2)\}=$$

$$4\{0+2\}=$$

$$4\{2\}=\mathbf{8}$$

3.4 ¡Quiero saber más!

Te invitamos a visitar estos sitios para aprender más acerca de estos temas.

https://es.khanacademy.org/kmap/operations-and-algebraic-thinking-g/oat220-arithmetic-operations

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/

https://www.tutorela.es/matematicas/el_orden_de_las_operaciones

https://www.youtube.com/watch?v=MePGaNiQ2Kg&list=PLeOfRte13TMocmSo5YYmt9x1dLQk8CgCj

https://www.youtube.com/watch?v=GgVW0-Yre9Q&list=PLeOfRte13TMocmSo5YYmt9x1dLQk8CgCj&index=2

3.5 Ejercicios de práctica

3.5.1

Representa las siguientes fracciones como números decimales.

a. $\frac{1}{2} =$

b. $\frac{-3}{10} =$

c. $\frac{7}{100} =$

d. $-\frac{8}{25} =$

e. $\frac{31}{5} =$

f. $\frac{9}{20} =$

3.5.2

Representa los siguientes números decimales como fracciones propias o impropias (según sea el caso) y simplifica los resultados a su mínima expresión sin el uso de calculadora.

a. $1.5 =$

b. $-1.03 =$

c. $7.75 =$

d. $-1.001 =$

e. $0.0001 =$

f. $9.99 =$

3.5.3

Representa los siguientes números decimales con notación científica.

a. $15.2 =$

b. $-0.10325 =$

c. $0.00775 =$

d. $-0.000123 =$

e. $25{,}698.1 =$

f. $9{,}987{,}000 =$

3.5.4

Expresa los siguientes números con notación científica, en decimales.

a. $1.52 \times 10^{-3} =$

b. $1.52 \times 10^{3} =$

c. $-1.0325 \times 10^{4} =$

d. $-1.23 \times 10^{-5} =$

e. $2.56981 \times 10^{2} =$

f. $9.987 \times 10^{-8} =$

3.5.5

Resuelve las siguientes operaciones y simplifica los resultados a su mínima expresión, sin el uso de calculadora:

a. $56-41=$

b. $-23+(-19)=$

c. $3-(-5)+(-9)=$

d. $2*3\div 6=$

e. $3\div 6*2=$

f. $12\div 6+6\div 3=$

g. $2.3-1.05-0.25=$

h. $2(0.1)+(-1.1)(-0.1)=$

3.5.6

Resuelve las siguientes operaciones con fracciones y simplifica los resultados a su mínima expresión, sin el uso de calculadora:

a. $(81)\cdot\left(\frac{1}{-3}\right)=$

b. $\frac{-32}{-\frac{2}{5}}=$

c. $(5)(0)=$

d. $\frac{17}{0}=$

e. $\frac{8}{3}+\frac{9}{4}=$

f. $\frac{4}{7}-\frac{3}{5}+\frac{2}{3}=$

g. $\left(\frac{11}{4}\right)\cdot\left(\frac{10}{5}\right)=$

h. $\frac{-\frac{-3}{-13}}{\frac{6}{7}}=$

i. $\frac{27}{18}-\frac{26}{39}=$

j. $\frac{4+5}{100-19}=$

3.5.7

Resuelve las siguientes operaciones con exponentes y radicales. Simplifica los resultados a su mínima expresión, sin el uso de calculadora:

a. $\sqrt[4]{81}+\frac{1}{\sqrt[3]{-216}}=$

b. $(4)\cdot(3^4)\cdot(2^{-5})=$

c. $(4)^{-1/2}\cdot(125)^{1/3}=$

d. $\frac{3^6}{3^4}-\frac{9^{1/2}}{4^{-1/2}}=$

e. $(6^2)-(2+4^2)+(7-3)^2=$

f. $3^9\cdot 3^6=$

g. $7^2\cdot 3^2=$

h. $\sqrt[4]{36^2}\cdot\sqrt{144}=$

i. $\sqrt[3]{56}+9\sqrt[3]{7}=$

j. $\sqrt[3]{64}\div\sqrt[2]{36}*\sqrt[4]{16}=$

4. Álgebra

Es posible realizar operaciones con valores desconocidos, por lo que la incorporación de letras llamadas “variables” en las expresiones matemáticas sirve para representar esos valores. Con esta inclusión, las nuevas expresiones ya no son aritméticas, sino algebraicas. Presentamos algunos ejemplos de operaciones con expresiones algebraicas en la sección 5.1, así como de resolución de ecuaciones algebraicas en la sección 5.2.

Aquí hay una lista de conceptos que vale la pena que definas, identifiques y comprendas:

-Jerarquía de operaciones -Leyes de signos -Solución de ecuaciones -Ecuaciones de primer grado -Ecuaciones de segundo grado	-Factorización -Racionalización -Despeje -Inecuaciones -Sistemas de ecuaciones	-Productos notables -Cocientes notables -Trinomio cuadrado perfecto -Factor común

4.1 Operaciones con expresiones algebraicas

4.1.1 Ejemplo de resta

$$(4x + 2y - 3z) - (7x - 5y + 4z) =$$
$$4x + 2y - 3z - 7x + 5y - 4z =$$
$$4x - 7x + 2y + 5y - 3z - 4z =$$
$$\mathbf{-3x + 7y - 7z}$$

4.1.2 Ejemplo de multiplicación y de división

Multiplicación:	División:
$(3m - 5n)(8m + 7n) =$ $24m^2 + 21mn - 40mn - 35n^2 =$ $24m^2 - 19mn - 35n^2$	$\dfrac{15a^4b^2c + 42ab^6c^{-3} - 3a^3b^3c^6}{3ab^{-3}c^2} =$ $\dfrac{15a^4b^2c}{3ab^{-3}c^2} + \dfrac{42ab^6c^{-3}}{3ab^{-3}c^2} - \dfrac{3a^3b^3c^6}{3ab^{-3}c^2} =$ $5a^3b^5c^{-1} + 14b^9c^{-5} - a^2b^6c^4 =$ $\frac{5a^3b^5}{c} + \frac{14b^9}{c^5} - a^2b^6c^4$

4.1.3 Ejemplos con potencias

a. $\left(\frac{2x^3y^2}{3z^5}\right)^4 =$

$$\frac{2^4x^{3\cdot 4}y^{2\cdot 4}}{3^4z^{5\cdot 4}} =$$

$$\mathbf{\frac{16x^{12}y^8}{81z^{20}}}$$

b. $(-8m^6n^{15})^{\frac{2}{3}} = (-8)^{\frac{2}{3}}m^{6\cdot\frac{2}{3}}n^{15\cdot\frac{2}{3}} =$

$$\sqrt[3]{(-8)^2}m^{2\cdot 3\cdot\frac{2}{3}}n^{5\cdot 3\cdot\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{64}m^{2\cdot 2\cdot\frac{3}{3}}n^{5\cdot 2\cdot\frac{3}{3}} =$$

$$\sqrt[3]{4^3}m^{2\cdot 2\cdot 1}n^{5\cdot 2\cdot 1} =$$

$$\mathbf{4m^4n^{10}}$$

4.1.4 Ejemplos con productos notables y factorización

Producto notable:

$$\left(\frac{1}{2}x^7 - 4y^{-3}\right)^3 =$$

$$\left(\frac{1}{2}x^7\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}x^7\right)^2(4y^{-3}) + 3\left(\frac{1}{2}x^7\right)(4y^{-3})^2 - (4y^{-3})^3 =$$

$$\boldsymbol{\frac{1}{8}x^{21} - 3x^{14}y^{-3} + 24x^7y^{-6} - 64y^{-9}}$$

Factorización:

$$625a^8 - 81b^{-12} = 25^2a^{4\cdot2} - 9^2b^{-6\cdot2} =$$

$$(25a^4)^2 - (9b^{-6})^2 = (25a^4 + 9b^{-6})(25a^4 - 9b^{-6}) =$$

$$(25a^4 + 9b^{-6})(5^2a^{2\cdot2} - 3^2b^{-3\cdot2}) = (25a^4 + 9b^{-6})((5a^2)^2 - (3b^{-3})^2) =$$

$$\boldsymbol{(25a^4 + 9b^{-6})(5a^2 + 3b^{-3})(5a^2 - 3b^{-3})}$$

4.2 Resolución de ecuaciones algebraicas

4.2.1 Ejemplo de ecuación de primer grado

$$4(2y + 5) = 3(5y - 2)$$

$$8y + 20 = 15y - 6$$

$$8y - 15y = -6 - 20$$

$$-7y = -26$$

$$y = \frac{-26}{-7}$$

$$\boldsymbol{y = \frac{26}{7} = 3\frac{5}{7}}$$

4.2.2 Ejemplo de ecuación de segundo grado

$$x(3x + 10) = 77$$

$$3x^2 + 10x - 77 = 0$$

$$a = 3, \quad b = 10, \quad c = -77$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4(3)(-77)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 924}}{6}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{1024}}{6}$$

$$x = \frac{-10 \pm 32}{6}$$

$$\boldsymbol{x_1} = \frac{-10 - 32}{6} = \frac{-42}{6} = \boldsymbol{-7}$$

$$\boldsymbol{x_2} = \frac{-10 + 32}{6} = \frac{22}{6} = \boldsymbol{\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}}$$

4.2.3 Ejemplo de inecuación

$$3 - 5x < 11$$

$$-5x < 11 - 3$$

$$-5x < 8$$

$\boldsymbol{x > -\frac{8}{5}}$ (en notación de desigualdad)

Los valores de x que satisfacen la inecuación, en notación de intervalo, son: $x \in \left(-\frac{8}{5}, \infty\right)$

4.2.4 Ejemplo de solución de un sistema de ecuaciones (por el Método de Sustitución)

$$\begin{cases} 2x + 8y = 7 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

Se despeja y de la primera ecuación

$$8y = 7 - 2x$$

$$y = \frac{7 - 2x}{8}$$

Se sustituye en la segunda ecuación

$$3x - 5\left(\frac{7 - 2x}{8}\right) = 4$$

Se resuelve la ecuación lineal

$$3x - \frac{35}{8} + \frac{5}{4}x = 4$$

$$3x + \frac{5}{4}x = 4 + \frac{35}{8}$$

$$\frac{17}{4}x = \frac{67}{8}$$

$$x = \frac{67(4)}{8(17)}$$

$$x = \frac{67}{34}$$

Se sustituye el resultado en la primera ecuación despejada

$$y = \frac{7 - 2\left(\frac{67}{34}\right)}{8}$$

$$y = \frac{7 - \frac{67}{17}}{8}$$

$$y = \frac{\frac{52}{17}}{\frac{8}{1}}$$

$$y = \frac{52}{136}$$

$$y = \frac{13}{34}$$

El resultado es:

$$x = \frac{67}{34} \qquad y = \frac{13}{34}$$

O bien, las coordenadas del punto en el que se intersecan las dos rectas es: $\boldsymbol{P}\left(\frac{67}{34}, \frac{13}{34}\right)$

4.3 ¡Quiero saber más!

Te invitamos a visitar estos sitios para aprender más acerca de estos temas.

https://blogs.ugto.mx/rea/clase-digital-4-operaciones-algebraicas-basicas-suma-resta-multiplicacion-y-division/

Clase digital 4. Operaciones algebraicas básicas: Suma, resta, multiplicación y división – Recursos Educativos Abiertos

https://www.matematicasonline.es/almacen/2eso/fichas%202eso_sant/pdf_6-Ecuaciones1y2grado.pdf

https://www.ck12.org/book/ck-12-conceptos-de-%c3%81lgebra-i-nivel-superior-en-espa%c3%b1ol/section/5.1/

4.4 Ejercicios de práctica

4.4.1

Realiza las siguientes operaciones y simplifica los resultados a su mínima expresión, sin el uso de calculadora:

a. $3(5x - x^2 + 2) - 2(8x^2 + 3x - 1) =$

b. $-(3mn^2 + 4m^4) + 2m(9n^2 + 8m^3) =$

c. $(2x - 7)(x^2 + 4x + 3) =$

d. $\dfrac{2x^3 - 2x^2 - 4x}{2x} =$

e. $\dfrac{100xy^2 - 8x^2y - 4x^2y^3}{4xy} =$

f. $x(2x - 1) - 2x(1 - x) =$

g. $(5x - 7)(x + 1) =$

h. $(x + 8)(x - 8) =$

i. $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) =$

j. $(2x - 1)(8x^3 + 4x^2 + 2x + 1) =$

k. $(2x + 3)(x^2 - 4x + 9) =$

4.4.2

Desarrolla los productos notables:

a. $(x-6)^2 =$

b. $(9x+4)^2 =$

c. $(3a^2-5b^3)^2 =$

d. $(x-2t)^3 =$

e. $(5a+3b^4)^3 =$

f. $(p+2)(p-5) =$

g. $(x-3)(x-8) =$

h. $(x+4)(x+5) =$

i. $(2x-3)(x-8) =$

j. $(x+1)(5x+2) =$

k. $\left(y+\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right) =$

l. $(\sqrt{w}+2)(\sqrt{w}-2) =$

m. $(\sqrt{t}+\sqrt{3})(\sqrt{t}-\sqrt{3}) =$

n. $(\sqrt{x+1}+1)(\sqrt{x+1}-1) =$

o. $(\sqrt{10}+\sqrt{r-2})(\sqrt{10}-\sqrt{r-2}) =$

4.4.3

Factoriza al máximo las expresiones siguientes:

a. $25x^7-10x^5+15x^3-5x^2 =$

b. $x^2(x+4)+6(x+4) =$

c. $m^3-m^2+3nm-3n =$

d. $x^3\sin(2x)-\sin(2x) =$

e. $\cos^2(x)+2\cos(x)+1 =$

f. $e^{3x}+9e^{2x}+27e^x+27 =$

g. $\cos^2(x)\tan^2(2x)+2\cos(x)\tan^3(2x) =$

h. x^2+3x+2

i. x^2-x-2

j. $x^2+11x-12$

k. $2x^2-19x+24$

l. $5x^2+3x-2$

m. $x^2-18x+81$

n. w^2-25

o. $9y^2-100$

p. x^4-1

q. $256w^6-169z^{10} =$

4.4.4

Resuelve las ecuaciones:

a. $x+3(x-1)=6-4(2x+3)$

b. $8x^2-2x-3=0$

c. $(x-3)^2-(x+3)^2=0$

d. $-2(x^2-8x+4)+2(x-7)^2=0$

e. $x^2-(7x+6)=5x+59$

f. $a^2-8a=-15$

g. $12x^2=x+6$

h. $\dfrac{5x+8}{3x+4}=\dfrac{5x+2}{3x-4}$

i. $x^2-x=56$

4.4.5

Determina los valores de x que satisfacen cada inecuación, y expresa el resultado en notación de intervalo:

a. $x-6>21-8x$

b. $(2x-3)^2\le 2x(6+2x)$

c. $x-3<17-2x$

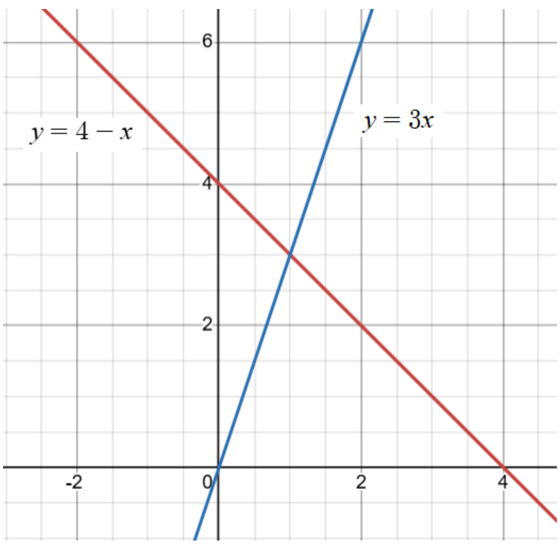
d. $x^2-9x\ge -18$

4.4.6

Determina la solución del sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x+y=4 \\ -3x+y=0 \end{cases}$$

La grafica de las ecuaciones se muestra abajo.

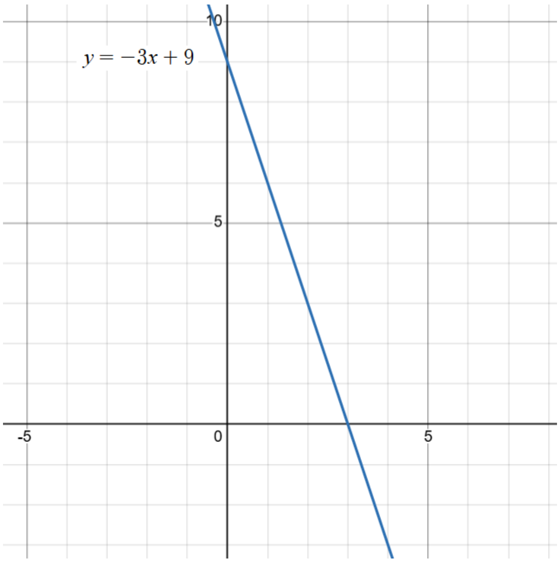


4.4.7

Determina la solución del sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + y = 9 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

Grafica la ecuación faltante para determinar la solución del sistema.



4.4.8

Determina la solución de cada uno de los sistemas de ecuaciones

a. $\begin{cases} 4y + 3x = 8 \\ 8x - 9y = -77 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 11x - 9y = 2 \\ 13x - 15y = -2 \end{cases}$

5. Trigonometría

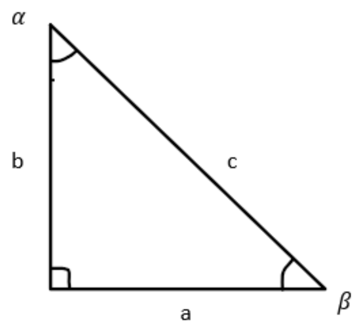
La trigonometría es el estudio de los triángulos, los ángulos, los lados y las relaciones proporcionales que guardan entre ellos. Su campo de aplicación en ingenierías es amplio, ya que con ella se pueden resolver problemas de cálculo, modelado matemático, ecuaciones diferenciales, etc.

Aquí hay una lista de conceptos que vale la pena que definas, identifiques y comprendas:

-Ángulo -Ángulo recto -Ángulo agudo -Ángulo obtuso	-Ángulo llano -Ángulos complementarios -Ángulos suplementarios -Ángulos coterminales	-Grados -Radianes -Triángulo rectángulo -Triángulo oblicuángulo	-Razones trigonométricas -Funciones trigonométricas inversas -Teorema de Pitágoras

5.1 Triángulo rectángulo y Teorema de Pitágoras

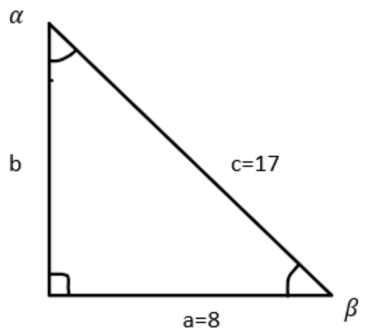
El triángulo rectángulo tiene un ángulo recto, por lo cual se sigue que la suma de los otros dos ángulos es de 90° (o bien $\frac{\pi}{2}$ radianes).



El teorema de Pitágoras se aplica a los triángulos rectángulos y relaciona los catetos **a**, **b** con la hipotenusa **c** como sigue:

$$\mathbf{c^2 = a^2 + b^2}$$

Lo anterior se puede observar en el siguiente ejemplo:



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

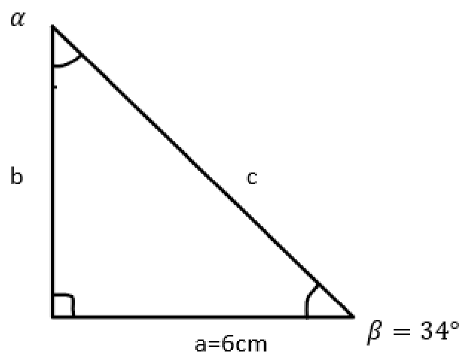
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$b = \sqrt{17^2 - 8^2}$$

$$\mathbf{b = 15}$$

5.2 Razones trigonométricas

En el siguiente ejemplo hay varios caminos para encontrar los datos faltantes: una posibilidad es usando primero la razón de tangente del ángulo, luego la suma interna de ángulos y, finalmente, el Teorema de Pitágoras.



$$\tan 34° = \frac{b}{6}$$
$$b = 6\tan 34° \approx 4.0471cm$$

$$\alpha = 90° - \beta = 90° - 34° = 56°$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$c = \sqrt{6^2 + (6\tan 34°)^2} \approx 7.2373cm$$

5.3 ¡Quiero saber más!

Te invitamos a visitar estos sitios para aprender más acerca de estos temas.

https://miprofe.com/trigonometria-conceptos-basicos/

https://concepto.de/trigonometria/

https://www.studysmarter.es/resumenes/matematicas/geometria/trigonometria/

http://www.unl.edu.ar/ingreso/cursos/matematica/eje4/

5.4 Ejercicios de práctica

5.4.1

Convierte los grados a radianes:

a. 90° = _______ rad
b. 180°=_______ rad
c. 37° = _______ rad
d. 81° 5’ 37’’=_______ rad

5.4.2

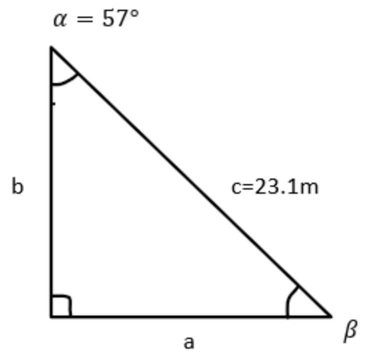
Convierte los radianes a grados:

a. $\pi =$ _____ °
b. $\frac{\pi}{2} =$ _____ °
c. $\frac{7}{12}\pi =$ _____ °
d. $\frac{5}{6}\pi =$ _____ °

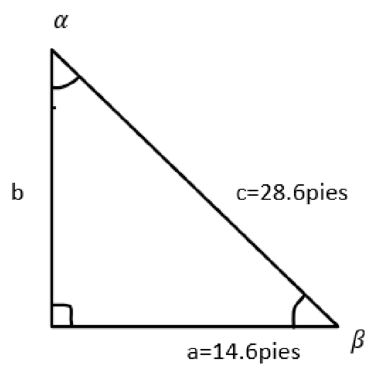
5.4.3

Calcula los lados y ángulos (en grados) faltantes de cada triángulo rectángulo:

a.



b.



5.4.4

Completa las siguientes razones trigonométricas sin el uso de calculadora:

a. Si $\cos\theta = \frac{3}{5}$, entonces, $\sec\theta =$ _____
b. Si $\cot\theta = \frac{5}{12}$, entonces, $\tan\theta =$ _____
c. Si $\sec\theta = \frac{13}{12}$, entonces, $\tan\theta =$ _____
d. Si $\csc\theta = \frac{5}{3}$, entonces, $\sin\theta =$ _____
e. Si $\sin\theta = \frac{4}{5}$, entonces, $\cot\theta =$ _____
f. $\csc\frac{\pi}{4} =$ _______
g. $\sec\frac{\pi}{4} =$ _______
h. $\cot\frac{\pi}{4} =$ _______

5.4.5

Resuelve el siguiente problema con el uso de trigonometría:

Un servicio de mudanza coloca una tabla que se usará como rampa para descargar muebles. La tabla mide 3.5m. Debido a lo delicado de los muebles que manipulan es riesgoso usar un ángulo de elevación mayor a 56°. ¿Cuál es la altura máxima (en metros) a la que se debe recargar la rampa?

6. Funciones

En cualquier fenómeno existen características que cambian y que llamaremos variables. Si consideramos que una de esas variables modifica su comportamiento debido a los cambios que presenta otra variable, podemos decir que existe una dependencia o relación entre ellas.

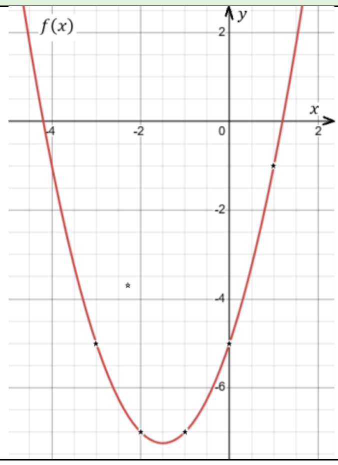
Si bien hay muchas estructuras matemáticas para vincular dos o más variables, nos enfocaremos únicamente en aquellas que incluyen exactamente dos variables, siendo una dependiente de la otra.

Aquí hay una lista de conceptos que vale la pena que definas, identifiques y comprendas:

-Variable dependiente	-Función lineal	-Función trigonométrica
-Variable independiente	-Función cuadrática	-Función exponencial
-Continuidad	-Función polinómica	-Función logarítmica
-Dominio de una función	-Función inversa	-Funciones a trozos (o por tramos)
-Rango o Imagen de una función	-Función racional	-Tabla y gráfica de una función

6.1 Tablas y gráficas

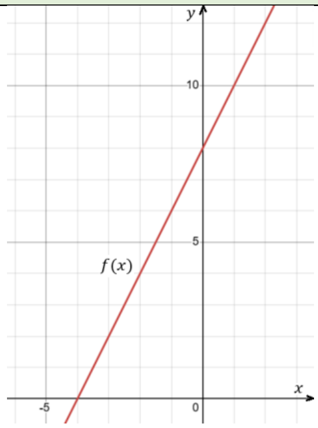
Las tablas son representaciones numéricas de las funciones. Las gráficas, a su vez, son representaciones cartesianas de las mismas. Observa el ejemplo de una función cuadrática, en donde se plasman tres de sus representaciones: la algebraica (o analítica), la tabular y la gráfica:

<table>
<tr><th>Representación Algebraica</th><th colspan="2">Representación Tabular</th><th>Representación gráfica</th></tr>
<tr><td rowspan="6">$f(x) = x^2 + 3x - 5$</td><td>x</td><td>$f(x)$</td><td rowspan="6">
</td></tr>
<tr><td>-3</td><td>-5</td></tr>
<tr><td>-2</td><td>-7</td></tr>
<tr><td>-1</td><td>-7</td></tr>
<tr><td>0</td><td>-5</td></tr>
<tr><td>1</td><td>-1</td></tr>
</table>

Nota que hay valores en $f(x)$ que se repiten para distintos valores de x. Sin embargo, esto no es posible en sentido contrario, esto es, no pueden existir dos o más valores de $f(x)$ para un mismo valor de x, pues esta relación dejaría de considerarse como función.

6.2 Funciones lineales

Las funciones lineales involucran el concepto de pendiente, el cual está estrechamente ligado al concepto de derivada. En el siguiente ejemplo, podrás observar tres representaciones de una función lineal: la algebraica, la tabular y la gráfica. La representación algebraica tiene la forma $y = mx + b$ donde m es la pendiente o inclinación de la línea recta y *b* es el intercepto de la misma con el eje *y*.

Representación Algebraica	Representación Tabular		Representación gráfica
$f(x) = 2x + 8$	x	$f(x)$	
	-2	4	
	-1	6	
	0	8	
	1	10	
	2	12	

En esta gráfica es fácil observar que la función se puede representar con una línea recta cuyo comportamiento es creciente, lo cual implica que su pendiente es positiva.

6.3 Otros tipos de funciones

Existen muchos tipos de funciones, por ejemplo: polinomiales de grado n, trigonométricas, trigonométricas inversas, exponenciales, logarítmicas, a trozos (o por tramos), hiperbólicas, etc.

Revisa este enlace si quieres conocer acerca de algunos otros tipos de funciones:

https://datascientest.com/es/comprender-fonciones-matematicas

6.4 ¡Quiero saber más!

Te invitamos a visitar estos sitios para aprender más acerca de estos temas.

https://www.funciones.xyz/

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/funciones/funciones.html

6.5 Ejercicios de práctica

6.5.1

Determina lo que se solicita, dada la función $f(x) = -2x + 9$

a. El dominio de $f(x)$
b. La imagen (o el rango) de $f(x)$
c. Clasifica la función (lineal, cuadrática, exponencial, a trozos, etc.)
d. Completa los valores faltantes en la tabla y construye la gráfica de $f(x)$.

Representación Algebraica	Representación Tabular		Representación gráfica
	x	$f(x)$	
	-2		
$f(x) = -2x + 9$	-1	11	
	0		
		5	
		1	

6.5.2

Determina lo que se solicita, dada la función $f(x) = x^2 - x + 1$

a. El dominio de $f(x)$
b. La imagen (o el rango) de $f(x)$
c. Clasifica la función (lineal, cuadrática, exponencial, a trozos, etc.)
d. Completa los valores faltantes en la tabla y construye la gráfica de $f(x)$.

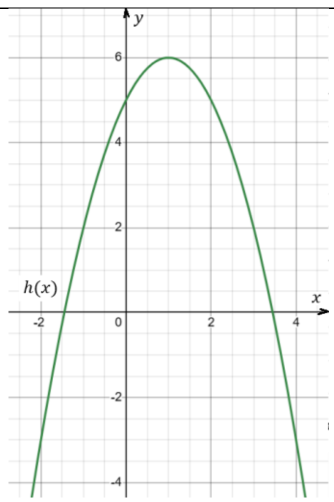
Representación Algebraica	Representación Tabular		Representación gráfica
	x	$f(x)$	
	-2		
$f(x) = x^2 - x + 1$	-1	3	
	0	1	
		3	
		7	

6.5.3

Completa los espacios vacíos en las tablas, las funciones (pueden ser lineales o cuadráticas) que faltan y construye las gráficas respectivas en su caso.

a. $f(x) =$ *b.* $g(x) =$ *c.* $h(x) = 6 - (x - 1)^2$

x	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$	Gráfica
-2	-3	3		
-1	0	0		
0	3	-1		
1	6	0		
2		3		



6.5.4

Para cada representación tabular, indica si los datos corresponden o no a una función $y = f(x)$. Si lo hacen, determina si esa función es lineal, cuadrática, o ninguna de las dos:

a.

X	Y
-2	14
-1	11
0	8
1	5
2	2

b.

x	$f(x)$
-2	-15
1	-8
0	-3
1	0
2	1

6.5.5

Evalúa las siguientes funciones:

a. $f(x) = 7x - 3$

Dominio:

$f(0) =$

$f(4) =$

$f(m + 1) =$

$f(-x^3) =$

b. $f(x) = \dfrac{x + 8}{x^2 - x + 5}$

Dominio:

$f(-1) =$

$f(10) =$

$f\left(\frac{p}{2}\right) =$

$f(x + h) =$

c. $f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ x^2 - 2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

Dominio:

$f(-1) =$

$f(0) =$

$f(1) =$

$f(2) =$

7. Logaritmos

Con el logaritmo, es posible reestructurar los elementos que conforman una expresión exponencial. Así, en notación algebraica tenemos que:

$$y = a^x \qquad \text{si y sólo si} \qquad log_a y = x$$

Aquí hay una lista de conceptos que vale la pena que definas, identifiques y comprendas:

-Leyes de logaritmos -Restricciones de los logaritmos	-Cambio de base -Leyes de exponentes	-Base -Argumento	-Exponente -Potencia

7.1 Logaritmo natural y logaritmo base diez

Existen logaritmos de diferentes bases; los más comunes son el logaritmo natural (o de base ***e***) y el logaritmo de base 10.

$$y = e^x \qquad \text{si y sólo si} \qquad \ln y = x$$

$$y = 10^x \qquad \text{si y sólo si} \qquad \log y = x$$

7.2 Leyes de logaritmos

Los logaritmos se rigen por ciertas leyes. He aquí algunas de las más comunes:

$$\log_a(x) + \log_a(y) = \log_a(x \cdot y) \qquad \log_a(x) - \log_a(y) = \log_a\left(\frac{x}{y}\right) \qquad \log_a(x^n) = n\log_a(x)$$

$$\log_a(a^x) = x \qquad a^{\log_a(x)} = x \qquad \log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$$

7.3 Ecuaciones logarítmicas

Una ecuación logarítmica en ocasiones se puede resolver despejando, pero en otras es necesario usar las propiedades de los logaritmos para lograr una estructura tal que nos permita hacer dicho despeje.

Observa el siguiente ejemplo:

$$\log(5x+1) = 2 + \log(2x-3)$$

$$\log(5x+1) - \log(2x-3) = 2$$

$$\log\left(\frac{5x+1}{2x-3}\right) = 2$$

$$\frac{5x+1}{2x-3} = 10^2$$

$$5x + 1 = 100(2x-3)$$

$$5x + 1 = 200x - 300$$

$$5x - 200x = -300 - 1$$

$$-195x = -301$$

$$x = \frac{-301}{-195} = \frac{301}{195}$$

7.4 ¡Quiero saber más!

Te invitamos a visitar estos sitios para aprender más acerca de estos temas.

https://es.khanacademy.org/math/algebra2/x2ec2f6f830c9fb89:logs/x2ec2f6f830c9fb89:log-intro/a/intro-to-logarithms

¿Para qué sirven LOS LOGARITMOS? ¿¡Por qué nos los explican en la escuela!?

https://www.portaleducativo.net/segundo-medio/35/logaritmos-propiedades

7.5 Ejercicios de práctica

7.5.1

Determina el valor de x en formato logarítmico:

a. $e^{3x} = 14$

b. $7^{\frac{x}{2}} = 2.9$

c. $100e^{-0.01x} = 8000$

7.5.2

Determina el valor de x en formato exponencial:

a. $\log(x+5) = 1.3$

b. $\ln(x^2) = 5.92$

c. $\ln(6x-2) = 4$

7.5.3

Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a. $3^{x^2} = 7$

b. $\ln((e^x)^2) = 16$

c. $\log(x^2+4) - \log(x+2) = 2 + \log(x-2)$

7.5.4

Utiliza las propiedades de los logaritmos para determinar el valor de:

a. $\log_5(2000) - \log_5(80) =$

b. $\log_2(32) + \log_2\left(\frac{1}{2}\right) =$

c. $\log(6000) - \log(6) =$

8. Clave de respuestas

A continuación, encontrarás las respuestas a los ejercicios de práctica.

Sección 2: Lenguaje verbal a matemático

2.4.1

a. Racional
b. Racional
c. Natural
d. Entero
e. Racional
f. Racional
g. Indeterminado: no existe como número real
h. Irracional
i. Entero
j. Irracional

2.4.2

a. 3. Factores
b. 1. Múltiplo
c. 4. Primos
d. 2. Divisor

2.4.3

a. Distintas y racionales
b. Distintas y complejas
c. Repetidas y reales
d. Distintas e irracionales

2.4.4

a. Ecuación
b. Segundo
c. Cuadrática (o de segundo grado)
d. Expresión

2.4.5

a. Distributiva
b. Cerradura
c. Conmutativa
d. Asociativida

2.4.6

a. N, Negativo
b. S, No se puede determinar el signo
c. P, Positivo
d. N, Negativo

2.4.7

a. >
b. <
c. >
d. =

2.4.8

a. $f(x)$
b. $1/m$
c. $f^{-1}(x)$
d. $m - ni$

2.4.9

a. Indeterminado
b. 0
c. Indeterminado
d. 1
e. 0
f. Indeterminado

2.4.10

a. $x \in \mathbb{R}$
b. $a > 0$
c. $3 \leq y < 9$
d. $t \neq 5$

2.4.11

Es falsa, puedes probar con $x = 2$.

2.4.12

c. $x \in [-2, 5)$

2.4.13

b. $\frac{x}{7} = \frac{1}{49}$
c. $7 * x = 1$

2.4.14

a. Si $2x + 1 = x - 9$, entonces $x = -10$. Porque $2(-10) + 1 = -10 - 9$
b. $x = 1$ es una raíz de la ecuación $x^2 - 4x + 3 = 0$. Por que
$$(1)^2 - 4(1) + 3 = 0$$
c. $\log_7 49 = 2$, porque $7^2 = 49$
d. $\log_{10} 1000 = 3$, porque $10^3 = 1000$

2.4.15

a. 3
b. -7
c. Una posible respuesta es 12/10.

2.4.16

a. Esta proposición es: Falsa
Contraejemplo: $1{,}2 \in \mathbb{N}$, pero
$$1 - 2 \notin \mathbb{N}$$
b. Esta proposición es: Falsa
Contraejemplo: $1{,}2 \in \mathbb{Z}$, pero
$$1/2 \notin \mathbb{Z}$$
c. Esta proposición es: Falsa
Contraejemplo: $-1 \in \mathbb{R}$, pero
$$\sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$$

Sección 3: Aritmética

3.5.1

a. 0.5
b. -0.3
c. 0.07
d. -0.32
e. 6.2
f. 0.45

3.5.2

a. $3/2$
b. $-103/100$
c. $775/100$
d. $-1001/1000$
e. $1/10000$
f. $999/100$

3.5.3

a. 1.52×10
b. -1.0325×10^{-1}
c. 7.75×10^{-3}
d. -1.23×10^{-4}
e. 2.5698×10^{4}
f. 9.987×10^{6}

3.5.4

a. 0.00152
b. 1520
c. -10325
d. -0.0000123
e. 256.981
f. 0.00000009987

3.5.5

a. 15
b. -42
c. -1
d. 1
e. 1
f. 4
g. 1
h. 0.31

3.5.6

a. -27
b. 80
c. 0
d. Indeterminado
e. $59/12$
f. $103/70$ (67/105)
g. $11/2$
h. $-7/26$
i. $5/6$
j. $1/9$

3.5.7

a. $17/6$
b. $81/8$
c. $5/2$
d. 3
e. 34
f. 3^{15}
g. 441
h. 72
i. $11\sqrt[3]{7}$
j. $4/3$

Sección 4: Álgebra

4.4.1

a. $-19x^2+9x+8$
b. $15mn^2+12m^4$
c. $2x^3+x^2-22x-21$
d. x^2-x-2
e. $25y-2x-xy^2$
f. $4x^2-3x$
g. $5x^2-2x-7$
h. x^2-64
i. x^3-27
j. $16x^4-1$
k. $2x^3-5x^2+6x+27$

4.4.2

a. $x^2-12x+36$
b. $81x^2+72x+16$
c. $9a^4-30a^2b^3+25ab^6$
d. $x^3-6x^2t+12xt^2-8t^3$
e. $125a^3+225a^2b^4+135ab^8+27b^{12}$
f. $p^2-3p-10$
g. $x^2-11x+24$
h. $x^2+9x+20$
i. $2x^2-19x+24$
j. $5x^2+7x+2$
k. $y^2-4/9$
l. $w-4$
m. $t-3$
n. x
o. $12-r$

4.4.3

a. $5x^2(5x^5-2x^3+3x-1)$
b. $(x-4)(x^2+6)$
c. $(m-1)(m^2+3n)$
d. $\sin(2x)\,(x-1)(x^2+x+1)$
e. $(\cos(x)+1)^2$
f. $(e^x+3)^3$
g. $\cos(x)\tan^2(2x)\,(\cos(x)+2\tan(2x))$
h. $(x+2)(x+1)$
i. $(x-2)(x+1)$
j. $(x+12)(x-1)$
k. $(2x-3)(x-8)$
l. $(5x-2)(x+1)$
m. $(x-9)^2$
n. $(w-5)(w+5)$
o. $(3y-10)(3y+10)$
p. $(x-1)(x+1)(x^2+1)$
q. $(16w^3-13z^5)(16w^3+13z^5)$

4.4.4

a. $x=-1/4$
b. $x=3/4,\quad x=-1/2$
c. $x=0$
d. $x=15/2$
e. $x=16,\quad x=-4$
f. $a=3,\quad a=5$
g. $x=3/4,\quad x=-2/3$
h. $x=-20/11$
i. $x=8,\quad x=-7$

4.4.5

a. $x\in(3,\infty)$
b. $x\in[3/8,\infty)$
c. $x\in(-\infty,20/3)$
d. $x\in(-\infty,3)\cup(6,\infty)$

4.4.6

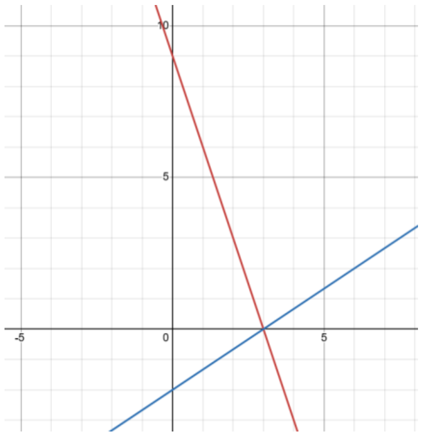
$x=1,\qquad y=3$

Solución: $(1,3)$

4.4.7

$x=3,\qquad y=0$

Solución: $(3,0)$



4.4.8

a.

$x=-4,\qquad y=5$

Solución: $(-4,5)$

b.

$x=1,\qquad y=1$

Solución: $(1,1)$

Sección 5: Trigonometría

5.4.1

a. $90° = \frac{\pi}{2}\,\text{rad}$
b. $180° = \pi\ \text{rad}$
c. $37° \approx 0.6458\ \text{rad}$
d. $81°5'37'' \approx 1.4153$ rad

5.4.2

a. 180°
b. 90°
c. 105°
d. 150°

5.4.3

a. $a \approx$ 19.3733 m
$b \approx$ 12.5812 m
β= 33°
b. $b \approx$ 24.5927 ft
α≈ 30°41´47.19´´
β≈ 59°18´12.81´´

5.4.4

a. 5/3
b. 12/5
c. 5/12
d. 3/5
e. 3/4
f. $\sqrt{2}$
g. $\sqrt{2}$
h. 1

5.4.5

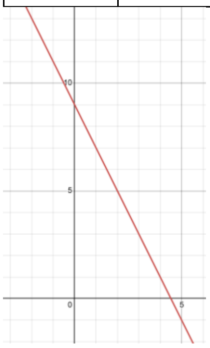
Altura máxima≈ 2.9m

Sección 6: Funciones

6.5.1

a. $x \in (-\infty, \infty)$
b. $f(x) \in (-\infty, \infty)$
c. Función lineal
d.

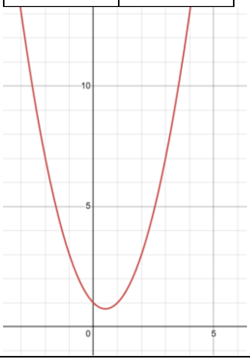
x	$f(x)$
-2	13
-1	11
0	9
2	5
4	1



6.5.2

a. $x \in (-\infty, \infty)$
b. $f(x) \in [.75, \infty)$
c. Función cuadrática
d.

x	$f(x)$
-2	**7**
-1	3
0	1
2	3
3	7

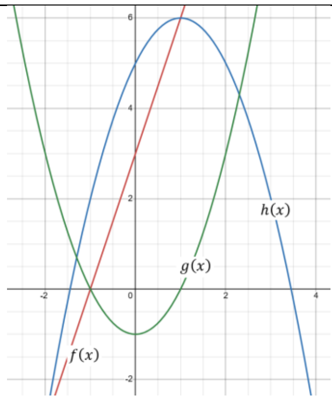


6.5.3

a. $\boldsymbol{f(x) = 3x + 3}$ b. $\boldsymbol{g(x) = x^2 - 1}$ c. $h(x) = 6 - (x-1)^2$

x	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$
-2	-3	3	**-3**
-1	0	0	**2**
0	3	-1	**5**
1	6	0	**6**
2	**9**	3	**5**

Gráfica



6.5.4

a. Los datos **sí** corresponden a una función con comportamiento **lineal**. 6.5.3
b. Los datos **no** corresponden a una función.

6.5.5 a. Dominio: $x \in (-\infty, \infty)$ $f(0) = -3$ $f(4) = 25$ $f(m+1) = 7m + 4$ $f(-x^3) = -7x^3 - 3$	b. Dominio: $x \in (-\infty, \infty)$ $f(-1) = 1$ $f(10) = \frac{18}{95}$ $f\left(\frac{p}{2}\right) = \frac{2p + 32}{p^2 - 2p + 20}$ $f(x+h) = \frac{x + h + 8}{x^2 + 2xh + h^2 - x - h + 5}$	c. Dominio: $x \in (-\infty, \infty)$ $f(-1) = -2$ $f(0) = -1$ $f(1) = 0$ $f(2) = 2$
Sección 7: Logaritmos		
7.5.1 a. $x = \frac{1}{3}\ln(14)$ b. $x = 2\log_7(2.9)$ c. $x = -\frac{\ln(80)}{0.1}$ **7.5.2** a. $x = 10^{1.3} - 5$ b. $x = \pm\sqrt{e^{5.92}}$ c. $x = \frac{e^4+2}{6}$	**7.5.3** a. $x = \pm\sqrt{\log_3 7}$ b. $x = 8$ c. No tiene solución	**7.5.4** a. 2 b. 4 c. 3